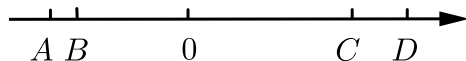


线段中的动点问题（加油站）

一、 线段中的动点问题-有数轴

1. 如图，数轴上线段 $AB = 2$ ， $CD = 4$ ，点 A 在数轴上表示的数是 -10 ，点 C 在数轴上表示的数是 16 。若线段 AB 以6个单位长度/秒的速度向右匀速运动，同时线段 CD 以2个单位长度/秒的速度向左匀速运动。当 B 点运动到线段 CD 上时， P 是线段 AB 上一点，且有关系式 $\frac{BD - AP}{PC} = 3$ 成立，则线段 PD 的长为_____。



【答案】 5或 $\frac{7}{2}$

【解析】 设此时 P 在数轴上表示的数为 x ，又 $\frac{BD - AP}{PC} = 3$ ，

$$\text{则①} [(20 - 2t) - (-8 + 6t)] - [x - (-10 + 6t)] = 3 \times [(16 - 2t) - x],$$

$$\Rightarrow x = 15 - 2t,$$

$$PD = (20 - 2t) - (15 - 2t) = 5.$$

$$\text{②} [(20 - 2t) - (-8 + 6t)] - [x - (-10 + 6t)] = 3 \times [x - (16 - 2t)],$$

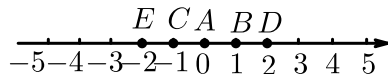
$$\Rightarrow x = \frac{33}{2} - 2t,$$

$$PD = (20 - 2t) - \left(\frac{33}{2} - 2t\right) = \frac{7}{2},$$

$$\therefore \text{综上, } PD = 5 \text{ 或 } PD = \frac{7}{2}.$$

【标注】 【知识点】 动点与线段-有数轴

2. 如图，某点从数轴上的 A 点出发，第1次向右移动1个单位长度至 B 点，第2次从 B 点向左移动2个单位长度至 C 点，第3次从 C 点向右移动3个单位长度至 D 点，第4次从 D 点向左移动4个单位长度至 E 点，...，依此类推，经过_____次移动后该点到原点的距离为2018个单位长度。



【答案】 4035或4036

【解析】 由图可得：第1次点 A 向右移动1个单位长度至点 B ，则 B 表示的数为 $0 + 1 = 1$ ；

第2次从点 B 向左移动2个单位长度至点 C ，则 C 表示的数为 $1 - 2 = -1$ ；

第3次从点 C 向右移动3个单位长度至点 D ，则 D 表示的数为 $-1 + 3 = 2$ ；

第4次从点D向左移动4个单位长度至点E，则点E表示的数为 $2 - 4 = -2$ ；

第5次从点E向右移动5个单位长度至点F，则F表示的数为 $-2 + 5 = 3$ ；

...

由以上数据可知，当移动次数为奇数时，点在数轴上所表示的数满足： $\frac{1}{2}(n+1)$ ，

当移动次数为偶数时，点在数轴上所表示的数满足： $-\frac{1}{2}n$ ，

当移动次数为奇数时，若 $\frac{1}{2}(n+1) = 2018$ ，则 $n = 4035$ ，

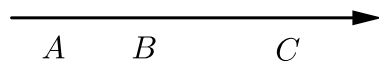
当移动次数为偶数时，若 $-\frac{1}{2}n = -2018$ ，则 $n = 4036$ 。

故答案为：4035或4036。

【标注】【知识点】数轴上的规律探究

3. 已知：如图，点A，B，C在数轴上所对应的数分别为a，b，c，且a，b，c满足

$|a+b| + (a+1)^2 + |c-4b| = 0$ ，点P为数轴上一动点，请回答如下问题：



(1) 请求出a，b，c的值。

(2) 若动点P在线段BC上时，设点P在数轴上表示的数为x，请化简式子： $|x+2| - |1-x| + 2|x-5|$ (请写出化简过程)。

(3) 若点P从A点出发，以每秒1个单位长度的速度向右移动，同时数轴上另一动点Q以每秒2个单位长度的速度从点C出发向左移动，线段PQ中点为M，经过多少秒时线段BM的长度等于 $\frac{1}{4}$ ？

【答案】 (1) $a = -1$ ， $b = 1$ ， $c = 4$ 。

(2) $-2x + 13$ 。

(3) $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$ 秒时线段长度等于 $\frac{1}{4}$ 。

【解析】 (1) $|a+b| + (a+1)^2 + |c-4b| = 0$ ，

$$\therefore \begin{cases} a+b=0 \\ a+1=0 \\ c-4b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \\ c=4 \end{cases}.$$

(2) 由题意知 $1 \leq x \leq 4$ ，

$$\therefore \text{原式} = x + 2 - [-(1-x)] - 2(x-5)$$

$$= x + 2 + 1 - x - 2x + 10$$

$$= -2x + 13 .$$

(3) 设运动时间为 t ,

则 P 表示的数 : $-1 + t$,

Q 表示的数 : $4 - 2t$,

$\because M$ 为 PQ 中点 ,

$$\therefore M \text{ 表示的数 : } \frac{-1+t+4-2t}{2} = -\frac{t}{2} + \frac{3}{2} ,$$

$$\text{线段 } BM \text{ 长度 : } \left| -\frac{t}{2} + \frac{3}{2} - 1 \right| = \left| -\frac{t}{2} + \frac{1}{2} \right| ,$$

$$\therefore \left| -\frac{t}{2} + \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{4} ,$$

$$-\frac{t}{2} + \frac{1}{2} = \pm \frac{1}{4} ,$$

$$\text{解得 } t = \frac{1}{2} \text{ 或 } t = \frac{3}{2} ,$$

综上 , 经过 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$ 秒时线段长度等于 $\frac{1}{4}$.

【标注】【知识点】结合数轴化简绝对值

4. 已知点 A 、 B 、 C 在数轴上表示的数 a 、 b 、 c 分别满足 :

① 单项式 $3x^{-a}y$ 的次数是 7 ;

② 多项式 $x^{b+8}y - x^3y + xy^2 - 1$ 是七次四项式 ;

③ 关于 x 的方程 $x^{-c+25} + 7 = 0$ 是一元一次方程 .

(1) 求 a 、 b 、 c 的值 .

(2) 点 S 是数轴上的一个点 , 当 S 点满足 $SC - 2SA = 12$ 时 , 求点 S 对应的数 .

(3) 若数轴上有三个动点 M 、 N 、 P , 分别从点 A 、 B 、 C 开始同时出发 , 在数轴上运动 , 速度分别为每秒 1 个单位长度、7 个单位长度、3 个单位长度 , 其中点 P 向左运动 , 点 N 先向左运动 , 遇到点 M 后回头再向右运动 , 遇到点 P 后又回头向左运动 这样直到点 P 遇到点 M 时 , 三点都停止运动 , 求点 N 所走的路程 .

【答案】 (1) $a = -6$, $b = -2$, $c = 24$.

(2) S 对应的数为 -24 或 0 .

(3) 点 N 走的路程为 $\frac{105}{2}$ 或105个单位长度 .

【解析】(1) $\because$ 单项式 $3x^{-a}y$ 的次数是7 ,

$$\therefore -a + 1 = 7 ,$$

$$\therefore a = -6 ,$$

$\because$ 多项式 $x^{b+8}y - x^3y + xy^2 - 1$ 是七次四项式 ,

$$\therefore b + 8 + 1 = 7 ,$$

$$\therefore b = -2 ,$$

$\because$ 关于 x 的方程 $x^{-c+25} + 7 = 0$ 是一元一次方程 ,

$$\therefore -c + 25 = 1 ,$$

$$\therefore c = 24 .$$

(2) 设点 S 对应的数为 x .

$$\therefore SC = |24 - x| ,$$

$$SA = |x + 6| ,$$

$$\because SC - 2SA = 12 ,$$

$$\therefore |24 - x| - 2|x + 6| = 12 ,$$

当 $x < -6$ 时 ,

$$\therefore 24 - x + 2x + 12 = 12 ,$$

$$x = -24 ,$$

当 $-6 \leq x \leq 24$ 时 ,

$$\therefore 24 - x - 2x + 12 = 12 ,$$

$$x = 0 ,$$

当 $x > 24$ 时 ,

$$x - 24 - 2(x + 6) = 12 ,$$

$$x - 24 - 2x - 12 = 12 ,$$

$$x = -48 \text{ (舍)} ,$$

$\therefore S$ 对应的数为 -24 或 0 .

(3) 设经过 t 秒时 , 点 P 遇到点 M .

当 M 点向右运动时 ,

$$3t + t = 24 - (-6) ,$$

$$\text{解得 } t = \frac{15}{2} .$$

$\therefore$ 点 N 走的路程为 $7 \times \frac{15}{2} = \frac{105}{2}$ 个单位长度 .

当 M 点向左运动时 $3t - t = 24 - (-6)$,

$$\text{解得 } t = 15 .$$

∴点 N 走的路程为 $7 \times 15 = 105$ 个单位长度.

∴点 N 走的路程为 $\frac{105}{2}$ 或105个单位长度.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】数轴

【知识点】绝对值的非负性

【知识点】结合数轴化简绝对值

【知识点】由多项式的项和次数求参数的值

【知识点】由单项式的次数和次数求参数的值

5. 数轴上 A 、 B 两点对应的数分别是 -4 ， 12 ，长度为8的线段 CE （点 C 在点 E 左边）在数轴上运动. 点 F 是 AE 的中点.

- (1) 如图1，当线段 CE 运动到点 C 、 E ，均在 A 、 B 之间时，若 $CF = 1$ ，则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $BE = \underline{\hspace{2cm}}$.

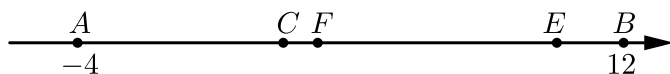


图 1

- (2) 如图2，当线段 CE 运动到点 A 在 C 、 E 之间时，求 BE 与 CF 的数量关系.

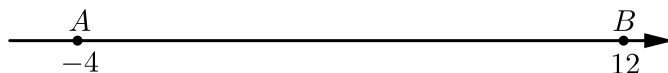


图 2

- (3) 如图3，当点 C 运动到数轴上表示 -14 的位置时，动点 P 从点 E 出发，以每秒3个单位长度的速度向右运动，到达 B 后，立即以同样速度返回，同时点 Q 从 A 出发，以每秒1个单位长度的速度向终点 B 运动，设它们运动的时间为 t 秒($t < 16$)，求 t 为何值时， P 、 Q 两点间的距离为1个单位长度.

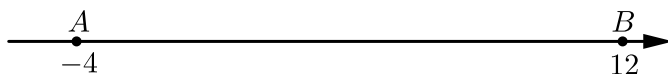


图 3

【答案】(1) 16; 6; 2

(2) $BE = 2CF$.

(3) $t = \frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{33}{4}$ 或 $\frac{35}{4}$ 时 , P 、 Q 两点间距离是 1 .

【解析】(1) $\because A$ 、 B 对应数分别是 -4 , 12 ,

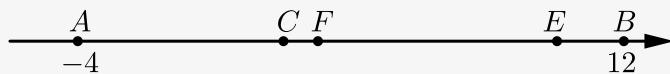


图 1

$\therefore AB = 16$,

$\because CE = 8$, $CF = 1$,

$\therefore FE = CE - CF = 8 - 1 = 7$,

$\because F$ 是 AE 中点 ,

$\therefore AF = FE = 7$,

$\therefore AC = AF - CF = 7 - 1 = 6$,

$BE = AB - AF - FE = 16 - 7 - 7 = 2$.

(2) 当 A 在 CE 之间时 , 如图 2 ,

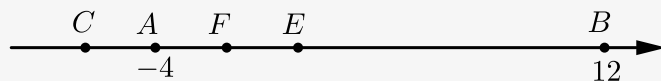


图 2

$\because F$ 是 AE 中点 ,

$\therefore$ 设 $AF = FE = a$,

$\because CE = 8$,

$\therefore CF = CE - FE = 8 - a$,

$\because AB = 16$,

$\therefore BE = AB - AF - FE = 16 - 2a = 2(8 - a)$,

$\therefore BE = 2CF$.

(3) 当点 C 在数轴上表示 -14 的位置时 ,

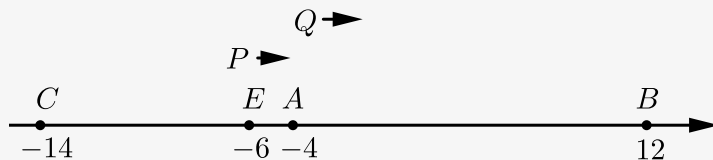


图 3

$\because CE = 8$,

$\therefore$ 点 E 在数轴上表示 $-14 + 8 = -6$ 的位置上 ,

$\therefore EA = 2$, $EB = 18$,

① 点 P 第一次从 E 到点 B 所用时间为 $t = \frac{18}{3} = 6$,

$\therefore$ 当 $0 < t \leq 6$ 时 ,

在时间 t 的时候点 P 对应数是 $(-6+3t)$,

点 Q 对应数是 $(-4+t)$,

$$\therefore PQ = 1,$$

$$\therefore |(-6+3t) - (-4+t)| = 1,$$

$$\text{解得 } t = \frac{1}{2} \text{ 或 } \frac{3}{2}.$$

$$\textcircled{2} \text{ 点 } P \text{ 从 } E \text{ 点到 } B \text{ 点再返回 } E \text{ 点时共用时间 } \frac{18 \times 2}{3} = 12,$$

$$\therefore 6 < t \leq 12 \text{ 时},$$

此时 P 对应数是 $[12-3(t-6)]$, Q 对应数是 $-4+t$,

$$\therefore PQ = 1,$$

$$\therefore |12-3(t-6) - (-4+t)| = 1,$$

$$\text{解得 } t = \frac{33}{4} \text{ 或 } \frac{35}{4},$$

$$\textcircled{3} \text{ 点 } P \text{ 第二次从 } E \text{ 点向 } B \text{ 点运动时共用时间 } \frac{18 \times 3}{3} = 18 \text{ 秒},$$

Q 从 A 到 B 共用时间为16,

$$\therefore \text{当 } 12 < t < 16 \text{ 时},$$

此时 P 对应数为 $[-6+3(t-12)]$, Q 对应数 $(-4+t)$,

$$\therefore PQ = |-6+3(t-12) - (-4+t)| = 1,$$

解得 $t = 9$ 或 8 , 不符合题意,

综上得 $t = \frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{33}{4}$ 或 $\frac{35}{4}$ 时, P 、 Q 两点间距离是1.

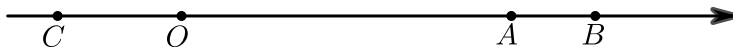
【标注】【思想】数形结合思想

【知识点】数轴上两点间距离

【能力】分析和解决问题能力

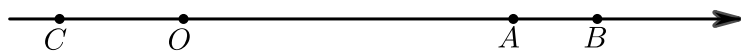
【方法】图象法

6. 已知式子 $M = (a-16)x^3 + 20x^2 + 10x + 5$ 是关于 x 的二次多项式, 且二次项的系数为 b , 在数轴上有点 A 、 B 、 C 三个点, 且点 A 、 B 、 C 三点所表示的数分别为 a 、 b 、 c , 如下图所示, 已知 $AC = 6AB$.



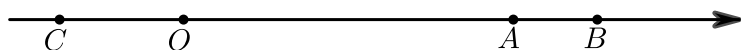
(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$; $b = \underline{\hspace{2cm}}$; $c = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (2) 若动点 P 、 Q 分别从 C 、 O 两点同时出发, 向右运动, 且点 Q 不超过点 A . 在运动过程中, 点 E 为线段 AP 的中点, 点 F 为线段 BQ 的中点, 若动点 P 的速度为每秒2个单位长度, 动点 Q 的速度为每秒3个单位长度, 求 $\frac{BP-AQ}{EF}$ 的值.



备用图

- (3) 点 P 、 Q 分别自点 A 、 B 同时出发，都以每秒2个单位长度向左运动，动点 M 自点 C 出发，以每秒6个单位长度的速度沿数轴向右运动，设运动时间为 t （秒）， $3 < t < \frac{7}{2}$ 时，数轴上有一点 N 与点 M 的距离始终为2，且点 N 在点 M 的左侧，点 T 为线段 MN 上一点（点 T 不与点 M 、 N 重合），在运动的过程中，若满足 $MQ - NT = 3PT$ （点 T 不与点 P 重合），求出此时线段 PT 的长度．



备用图

【答案】(1) 16 ; 20 ; -8

(2) 2 .

(3) 1或0.5 .

【解析】(1) $\because$ 二次项系数为 b ,

$$\therefore b = 20 ,$$

$\because M = (a - 16)x^3 + 20x^2 + 10x + 5$ 是二次多项式 ,

$$\therefore a - 16 = 0 ,$$

$$\therefore a = 16 ,$$

$$AC = a - c = 16 - c ,$$

$$AB = 20 - 16 = 4 ,$$

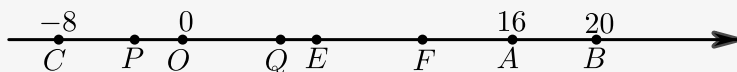
$$\therefore 16 - c = 4 \times 6 = 24 ,$$

$$\therefore c = -8 .$$

$$\text{即 } a = 16 , b = 20 , c = -8 .$$

故答案为：16；20；-8．

$$\begin{aligned}
 (2) \quad EF &= AE - AF \\
 &= \frac{1}{2}AP - \frac{1}{2}BQ + AB \\
 &= \frac{1}{2}(24 - 2t) - \frac{1}{2}(20 - 3t) + 4 \\
 &= 6 + \frac{t}{2}, \\
 BP - AQ &= (28 - 2t) - (16 - 3t) \\
 &= 12 + t, \\
 \therefore \frac{BP - AQ}{EF} &= 2.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 (3) \quad P &: 16 - 2t; Q : 20 - 2t; M : 6t - 8; N : 6t - 10; T : x; \\
 MQ &= 28 - 8t, NT = x + 10 - 6t, PT = |16 - 2t - x|, \\
 \therefore MQ - NT &= 3PT, \\
 \therefore 28 - 8t - (x + 10 - 6t) &= 3|16 - 2t - x|, \\
 \therefore x = 15 - 2t \text{ 或 } x &= \frac{33}{2} - 2t, \\
 \therefore PT &= 1 \text{ 或 } 0.5.
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】动点与线段-有数轴

7. 如图1，点C在线段AB上，图中共有3条线段：AB、AC和BC，若其中有一条线段的长度是另一条线段长度的两倍，则称点C是线段AB的“二倍点”。



图1

(1) 一条线段的中点 _____ 这条线段的“二倍点”。(填“是”或“不是”)

(2) 【深入研究】

如图2，点A表示数-10，点B表示数20。若点M从点B的位置开始，以每秒3个单位长度的速度向点A运动，当点M到达点A时停止运动。设运动的时间为t秒。

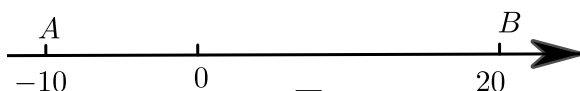


图2

- ① 点M在运动的过程中表示的数为 _____ (用含t的代数式表示)。
- ② 求t为何值时，点M是线段AB的“二倍点”。

- ③ 同时点 N 从点 A 的位置开始，以每秒2个单位长度的速度向点 B 运动，并与点 M 同时停止．请直接写出点 M 是线段 AN 的“二倍点”时 t 的值．

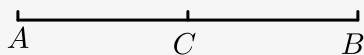
【答案】 (1) 是

(2) ① $20 - 3t$

② $t = \frac{10}{3}$ 或 5 或 $\frac{20}{3}$ 时，点 M 是线段 AB 的“二倍点”．

③ $t = \frac{90}{13}$ 或 $\frac{15}{2}$ 或 $\frac{90}{11}$ 时，点 M 是线段 AN 的“二倍点”．

【解析】 (1) 线段中点将线段分成两个相等线段，如图



点 C 为 AB 中点，则 $AC = BC = \frac{1}{2}AB$ ，

$\therefore AB = 2AC = 2BC$ ，

$\therefore$ 中点是这条线段的“二倍点”．

(2) ① $\because$ 点 B 表示数20，点 M 以每秒3个单位长度的速度从 B 向 A 运动，

$\therefore$ 点 M 表示的数为： $20 - 3t$ ．

② $\because$ 点 A 表示的数为-10，点 B 表示的数为20，点 M 表示的数为： $20 - 3t$ ，

$\therefore AM = 20 - 3t - (-10) = 30 - 3t$ ，

$BM = 3t$ ， $AB = 30$ ，

$\therefore$ 点 M 是线段 AB 的“二倍点”，

$\therefore$ 若 $AM = 2MB$ ，则 $30 - 3t = 2 \times 3t$ ， $\therefore t = \frac{10}{3}$ ；

若 $AB = 2AM$ ，则 $30 = 2(30 - 3t)$ ， $\therefore t = 5$ ；

若 $BM = 2AM$ ，则 $3t = 2(30 - 3t)$ ， $\therefore t = \frac{20}{3}$ ；

$\therefore$ 综上，当 $t = \frac{10}{3}$ 或 5 或 $\frac{20}{3}$ 时，点 M 是线段 AB 的“二倍点”．

③ $\because AN = 2t$ ，

$\therefore N$ 表示的数为 $-10 + 2t$ ，

$\therefore$ 点 M 是线段 AN 的“二倍点”，

$\therefore$ 点 M 在点 A 与点 N 之间,

$$\therefore MN = -10 + 2t - (20 - 3t) = 5t - 30,$$

$$\text{又} \because AM = 30 - 3t,$$

$$\therefore \text{若 } AM = 2MN, \text{ 则 } 30 - 3t = 2(5t - 30), \therefore t = \frac{90}{13};$$

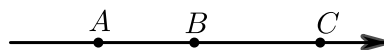
$$\text{若 } AN = 2AM, \text{ 则 } 2t = 2(30 - 3t), \therefore t = \frac{15}{2};$$

$$\text{若 } MN = 2AM, \text{ 则 } 5t - 30 = 2(30 - 3t), \therefore t = \frac{90}{11};$$

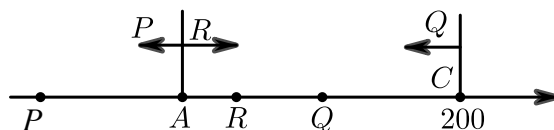
$\therefore$ 综上, 当 $t = \frac{90}{13}$ 或 $\frac{15}{2}$ 或 $\frac{90}{11}$ 时, 点 M 是线段 AN 的“二倍点”.

【标注】【知识点】新定义综合其它

8. 如图, 已知数轴上有三点 A 、 B 、 C , $AB = \frac{1}{2}AC$, 点 C 对应的数是200.



- (1) 若 $BC = 300$, 求点 A 对应的数.
- (2) 点 A 、 C 从(1)中的位置出发向左匀速运动, 速度分别为5单位长度/秒、10单位长度/秒; 另有一点 E 也同时从点 A 的位置出发向 C 匀速运动, 当首次遇到 C 后立即返回向 A 运动, 遇到 A 后又立即返回向 C 运动. 如此往返, 直到 C 追上 A 时, 点 E 立即停止运动. 若点 E 的速度为15单位长度/秒, 求点 E 一共运动了多少单位长度.
- (3) 在(1)的条件下, 动点 P 、 Q 分别从 A 、 C 两点同时出发向左运动, 同时动点 R 从点 A 出发向右运动, 点 P 、 Q 、 R 的速度分别是10单位长度/秒、5单位长度/秒、2单位长度/秒, 点 M 为线段 PR 的中点, 点 N 为线段 RQ 的中点, 多少秒时恰好满足 $MR = 4RN$ (不考虑点 R 与点 Q 相遇之后的情形).



【答案】 (1) -400.

(2) 1800.

(3) 60.

【解析】(1) $\because BC = 300, AB = \frac{AC}{2},$

$$\therefore AC = 600,$$

$\therefore$ 点C对应200,

$\therefore$ 点A对应的数为-400.

(2) 设C追上A的时间为 x 秒,

$$5x + 600 = 10x, x = 120,$$

$\therefore$ 点E的速度为15, 时间同样为120秒,

$$\therefore 15 \times 120 = 1800 \text{ 个单位长度};$$

(3) 设 t 秒是恰好满足 $MR = 4RN$, 则,

$$P \text{ 点为 } -400 - 10t, R \text{ 点为 } -400 + 2t, M \text{ 点为 } -400 - 4t,$$

$$Q \text{ 点为 } 200 - 5t, N \text{ 点为 } -100 - 1.5t,$$

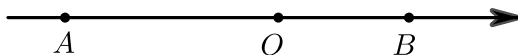
$$\therefore MR = 6t, RN = 300 - 3.5t,$$

$$MR = 4RN \text{ 得: } 6t = 1200 - 14t, \text{ 即 } t = 60,$$

答: 60秒时, 恰好满足 $MR = 4RN$.

【标注】【知识点】动点与线段-有数轴

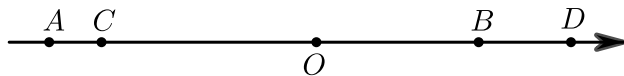
9. 如图, 已知数轴上A, B两点所表示的数分别为-9和7.



(1) $AB =$ _____.

(2) 点P、点Q分别从点A、点B出发, 同时向右运动, 点P的速度为每秒4个单位, 点Q的速度为每秒2个单位, 经过多少秒, 点P与点Q相遇?

(3) 如图, 线段AC的长度为3个单位, 线段BD的长度为6个单位, 线段AC以每秒4个单位的速度向右运动, 同时线段BD以每秒2个单位的速度向左运动, 设运动时间为 t 秒.



① t 为何值时, 点B恰好在线段AC的中点M处.

② t 为何值时, AC的中点M与BD的中点N距离2个单位.

【答案】(1) 16

(2) 8秒.

(3) ① $t = \frac{29}{12}$.

② $t = \frac{31}{12}$ 或 $\frac{13}{4}$.

【解析】(1) $\because$ 数轴上 A, B 两点所表示的数分别为 -9 和 7 ,

$$\therefore AB = |-9 - 7| = 16.$$

故答案为: 16.

(2) 设经过 x 秒, 点 P 与点 Q 相遇,

依题意, 得: $4x - 2x = 16$,

解得: $x = 8$,

答: 经过 8 秒, 点 P 与点 Q 相遇.

(3) ① 当运动时间为 t 秒时, 点 A 表示的数为 $4t - 9$, 点 C 表示的数为 $4t - 9 + 3 = 4t - 6$

, 点 B 表示的数为 $-2t + 7$, 点 D 表示的数为 $-2t + 7 + 6 = -2t + 13$,

$\because$ 点 M 为线段 AC 的中点, 点 N 为线段 BD 的中点,

$$\therefore \text{点 } M \text{ 表示的数为 } \frac{4t - 9 + (4t - 6)}{2} = 4t - \frac{15}{2}, \text{ 点 } N \text{ 表示的数为 } \frac{-2t + 7 + (-2t + 13)}{2} = -2t + 10.$$

$\because$ 点 B 恰好在线段 AC 的中点 M 处,

$$\therefore -2t + 7 = 4t - \frac{15}{2},$$

$$\therefore t = \frac{29}{12}.$$

答: 当 t 为 $\frac{29}{12}$ 时, 点 B 恰好在线段 AC 的中点 M 处.

② $\because AC$ 的中点 M 与 BD 的中点 N 距离 2 个单位,

$$\therefore \left| 4t - \frac{15}{2} - (-2t + 10) \right| = 2, \text{ 即 } 6t - \frac{35}{2} = 2 \text{ 或 } 6t - \frac{35}{2} = -2,$$

$$\therefore t = \frac{13}{4} \text{ 或 } t = \frac{31}{12}.$$

答: 当 t 为 $\frac{13}{4}$ 或 $\frac{31}{12}$ 时, AC 的中点 M 与 BD 的中点 N 距离 2 个单位.

【标注】【知识点】动点与线段-有数轴

10. A, B, C 为数轴上三点, 若点 C 到 A 的距离是点 C 到 B 距离的 2 倍, 我们就称点 C 是 $[A, B]$ 的好点.

例如, 如图 1, 点 A 表示的数为 -1 , 点 B 表示的数为 2 , 表示 1 的点 C 到点 A 的距离是 2 , 到点 B 的距离是 1 , 那么点 C 是 $[A, B]$ 的好点; 又如, 表示 0 的点 D 到点 A 的距离是 1 , 到点 B 的距离是 2 , 那么点 D 就不是 $[A, B]$ 的好点, 但点 D 是 $[B, A]$ 的好点.

知识运用: 如图 2, M, N 为数轴上两点, 点 M 所表示的数为 -2 , 点 N 所表示的数为 4 .

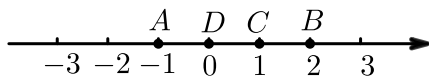


图 1

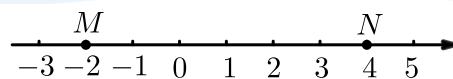


图 2

- (1) 在线段 MN 上, 数 _____ 所表示的点是 $[M, N]$ 的好点; 数 _____ 所表示的点是 $[N, M]$ 的好点.
- (2) 如图3, A 、 B 为数轴上两点, 点 A 所表示的数为 -10 , 点 B 所表示的数为 30 . 现有一只电子蚂蚁 P 从点 B 出发, 以 2 个单位每秒的速度向右运动 t 秒. 当 t 为何值时, P 、 A 和 B 中恰有一个点为其余两点的好点? (直接写出答案)

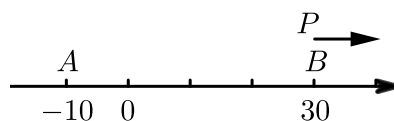


图 3

【答案】 (1) $2; 0$

(2) $10s$ 或 $20s$ 或 $40s$.

【解析】 (1) 由题意, 得 $MN = 4 - (-2) = 6$,

$$\therefore 6 = 2 + 2 \times 2,$$

$$\therefore -2 + 4 = 2,$$

$\therefore$ 数 2 所表示的点是 $[M, N]$ 的好点,

$$\therefore -2 + 2 = 0,$$

$\therefore$ 数 0 所表示的点是 $[N, M]$ 的好点,

故答案为: $2; 0$.

(2) 分 6 种情况:

$$PA = 2t + 40, PB = 2, AB = 40$$

① P 为 $[A, B]$ 的好点.

$$PA = 2PB, \text{ 则 } 40 + 2t = 4t,$$

$$\text{解得 } t = 20(s);$$

② P 为 $[B, A]$ 的好点.

显然 $PB < PA$, 不存在;

③ A 为 $[B, P]$ 的好点.

显然 $AB < AP$ ，不存在；

④ B 为 $[A, P]$ 的好点．

$BA = 2PB$ ，则 $40 = 4t$ ，

解得 $t = 10(\text{s})$ ；

⑤ B 为 $[P, A]$ 的好点．

$BP = 2BA$ ，则 $t = 40(\text{s})$ ；

⑥ A 为 $[P, B]$ 的好点．

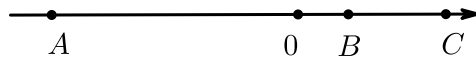
$PA = 2AB$ ，则 $40 + 2t = 80$ ，

解得 $t = 20(\text{s})$ ；

综上所述， t 的值为10s或20s或40s．

【标注】【知识点】动点与线段-有数轴

11. 如图，已知 A 、 B 、 C 是数轴上的三点，点 C 表示的数是6， $BC = 4$ ， $AB = 12$ ．



(1) 写出数轴上 A 、 B 两点表示的数．

(2) 若动点 P 、 Q 分别从 A 、 C 同时出发，并且点 P 以每秒2个单位长度的速度沿数轴向右匀速运动，点 Q 以每秒1个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，设运动时间为 t 秒，试问：当 t 为何值时，在 P 、 Q 和 O 这三点中，有一点恰好是另两点所连线段的中点？

【答案】(1) 数轴上 A 点表示的数为-10，数轴上 B 点表示的数为2．

(2) t 的值为4秒或5.2秒或5.5秒．

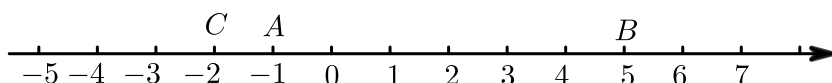
【解析】(1) 点 C 表示的数是6， $BC = 4$ ， $AB = 12$ ，而且点 A 、点 B 在点 C 左边，
∴点 B 表示的数为： $6 - 4 = 2$ ，点 A 表示的数为： $6 - 4 - 12 = -10$ ，
即数轴上 A 点表示的数为-10，数轴上 B 点表示的数为2．

(2) 根据题意， t 秒后点 P 表示的数为： $-10 + 2t$ ，点 Q 表示的数为： $6 - t$ ，
有以下三种情况：

- ①若点 O 是点 P 与点 Q 的中点，则 $-10 + 2t + 6 - t = 0$ ，计算得出： $t = 4$ ，
 ②若点 P 是点 O 与点 Q 的中点，则 $6 - t = 2(-10 + 2t)$ ，计算得出： $t = 5.2$ ，
 ③若点 Q 是点 P 与点 O 的中点，则 $2(6 - t) = -10 + 2t$ ，计算得出： $t = 5.5$ ，
 综上，当 t 的值为4秒、5.2秒、5.5秒时，原点 O 、与 P 、 Q 三点中，有一点恰好是另
 两点所连线段的中点。

【标注】【知识点】动点与线段-有数轴

12. 如图，点 A 、 B 、 C 在数轴上对应的数分别是-1、5、-2。



- (1) 若点 D 是线段 AB 的中点，则点 D 在数轴上对应的数是____。 $CD =$ ____个单位。
 (2) 若动点 P 、 Q 同时从 A 、 B 出发沿数轴负方向运动，点 P 的速度是每秒0.5个单位长度，点 Q 的速度是每秒2个单位长度，求运动几秒后，点 Q 可以追上点 P ？
 (3) 在数轴上是否存在一点 M ，使 M 到 A 、 B 、 C 的距离之和等于10？若存在，请求出点 M 对应的数；若不存在，请说明理由。

【答案】 (1) 2; 4

(2) 运动4秒后，点 Q 可以追上点 P 。

(3) 点 M 对应的数为 $-\frac{8}{3}$ 或2。

【解析】 (1) $(-1 + 5) \div 2 = 2$;

$$CD = 2 - (-2) = 4.$$

故答案为：2; 4。

(2) 设运动 t 秒后，点 Q 可以追上点 P ，

$$\text{根据题意得：} -0.5t - 1 = -2t + 5,$$

$$\text{解得：} t = 4.$$

答：运动4秒后，点 Q 可以追上点 P 。

(3) 假设存在，设点 M 对应的数为 x ，

$$\textcircled{1} \text{ 当 } x \leq -2 \text{ 时, } AM + BM + CM = (-1 - x) + (-2 - x) + (5 - x) = 10 ,$$

$$\text{解得: } x = -\frac{8}{3} ;$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } -2 < x \leq -1 \text{ 时, } AM + BM + CM = (-1 - x) + (x + 2) + (5 - x) = 10 ,$$

$$\text{解得: } x = -4 \text{ (舍去)} ;$$

$$\textcircled{3} \text{ 当 } -1 < x \leq 5 \text{ 时, } AM + BM + CM = (x + 1) + (x + 2) + (5 - x) = 10 ,$$

$$\text{解得: } x = 2 ;$$

$$\textcircled{4} \text{ 当 } x > 5 \text{ 时, } AM + BM + CM = (x + 1) + (x + 2) + (5 - x) = 10 ,$$

$$\text{解得: } x = 4 \text{ (舍去)} .$$

$\therefore$ 假设成立, 即在数轴上存在一点 M , 使 M 到 A 、 B 、 C 的距离之和等于 10, 且点 M 对应的数为 $-\frac{8}{3}$ 或 2 .

【标注】【知识点】动点与线段-有数轴

13. 已知直线 l 上有一点 O , 点 A 、 B 同时从 O 出发, 在直线 l 上分别向左、向右作匀速运动, 且 A 、 B 的速度比为 $1:2$, 设运动时间为 ts .

(1) 当 $t = 2s$ 时, $AB = 12cm$, 此时 ,

① 点 A 运动的速度是 _____ cm/s ; 点 B 运动的速度是 _____ cm/s .

② 若点 P 为直线 l 上一点, 且 $PA - PB = OP$, 求 $\frac{OP}{AB}$ 的值 .

(2) 在(1)的条件下, 若 A 、 B 同时按原速向左运动, 再经过几秒, $OA = 2OB$.

(3) 在(1)的条件下, 再经过多久 A 、 B 的中点到原点的距离是 $5cm$?

【答案】 (1) ① 2; 4

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{3} .$$

$$(2) \quad \frac{6}{5} ; \frac{10}{3}$$

$$(3) \quad 3 .$$

【解析】 (1) ① 设 A 的速度为 xcm/s , B 的速度为 $2xcm/s$, 由题意, 得

$$2x + 4x = 12 ,$$

$$\text{解得: } x = 2 ,$$

$\therefore B$ 的速度为 4cm/s ;

故答案为: $2, 4$.

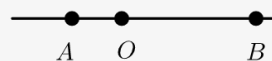


图1



图2



图3

② 如图2, 当 P 在 AB 之间时,

$$\therefore PA - OA = OP, PA - PB = OP,$$

$$\therefore PA - OA = PA - PB,$$

$$\therefore OA = PB = 4,$$

$$\therefore OP = 4.$$

$$\therefore \frac{OP}{AB} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

(2) 情况一:

设再经过 y 秒,

$$4 + 2y = 2(8 - 4y)$$

$$y = \frac{6}{5},$$

情况二:

$$4 + 2y = 2(4y - 8)$$

$$y = \frac{10}{3}$$

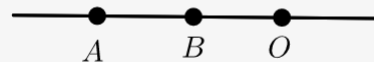
所以再经过 $\frac{6}{5}$ 秒或 $\frac{10}{3}$ 秒, $OA = 2OB$.

(3) A, B 的中点表示的数为 $\frac{-2t + 4t}{2} = t$.

则原点距离为 5cm , 则 $|t| = 5$, 解得 $t = 5$ 或 $t = -5$ (舍),

$$5 - 2 = 3 \text{ (秒)}$$

则再经过3秒, A, B 中点到原点的距离是 5cm .



【标注】【知识点】动点与线段-无数轴

14. 已知: b 是最小的正整数, 且 a, b 满足 $(c-6)^2 + |a+b+1| = 0$, 请回答问题:

(1) 请直接写出 a, b, c 的值. $a = \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad}$, $c = \underline{\quad}$.

(2) a, b, c 所对应的点分别为 A, B, C , 点 P 为一动点, 其对应的数为 x , 点 P 在0到2之间运动时 (即 $0 \leq x \leq 2$ 时), 请化简式子: $|x+2| - |x-1| + 2|x-6|$ (请写出化简过程)

(3) 在(1)(2)的条件下, 点 A, B, C 开始在数轴上运动, 若点 A 以每秒4个单位长度的速度向左运动, 同时, 点 B 和点 C 分别以每秒2个单位长度和6个单位长度的速度向右运动, 假设 t 秒过

后，若点 B 与点 C 之间的距离表示为 BC ，点 A 和点 B 之间的距离表示为 AB ．请问： $3BC - 2AB$ 的值是否随着时间 t 的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值．

【答案】 (1) $-2; 1; 6$

(2) 当 $0 \leq x \leq 1$ 时，原式 $= 13$ ，

当 $1 < x \leq 2$ 时，原式 $= -2x + 15$ ．

(3) 不变，其固定值为9．

【解析】 (1) $\because b$ 是最小的正整数，

$$\therefore b = 1,$$

$$\because (c-6)^2 + |a+b+1| = 0,$$

$$\therefore (c-6)^2 = 0, |a+b+1| = 0,$$

$$\therefore c = 6, a = -2.$$

(2) $\because 0 \leq x \leq 2$,

$$\therefore x+2 > 0, x-6 < 0,$$

①当 $0 \leq x \leq 1$ 时， $x-1 < 0$ ，

$$\therefore |x+2| - |x-1| + 2|x-6|$$

$$= x+2 - (1-x) + 2(6-x)$$

$$= x+2 - 1 + x + 12 - 2x$$

$$= 13,$$

②当 $1 < x \leq 2$ 时， $x-1 > 0$ ，

$$\therefore |x+2| - |x-1| + 2|x-6|$$

$$= x+2 - (x-1) + 2(6-x)$$

$$= x+2 - x + 1 + 12 - 2x$$

$$= -2x + 15.$$

(3) 点 A 运动 t 秒后的位置为 $-2 - 4t$ ，

点 B 运动 t 秒后的位置为 $1 + 2t$ ，

点 C 运动 t 秒后的位置为 $6 + 6t$ ，

$$\therefore AB = 1 + 2t - (-2 - 4t) = 6t + 3,$$

$$BC = 6 + 6t - (1 + 2t) = 4t + 5,$$

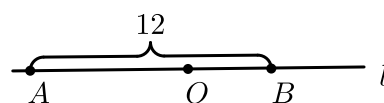
$$\therefore 3BC - 2AB = 3(4t + 5) - 2(6t + 3) = 9,$$

$\therefore 3BC - 2AB$ 的值不会随着时间 t 的变化而改变，其固定值为 9.

【标注】【知识点】动点与线段-有数轴

二、 线段中的动点问题-无数轴

15. 如图，直线 l 上有 A 、 B 两点， $AB = 12\text{cm}$ ，点 O 是线段 AB 上的一点， $OA = 2OB$.



(1) $OA = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$, $OB = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$.

(2) 若点 C 是线段 AB 上一点，且满足 $AC = CO + CB$ ，求 CO 的长.

(3) 若动点 P 、 Q 分别从 A 、 B 同时出发，向右运动，点 P 的速度为 2cm/s ，点 Q 的速度为 1cm/s ，设运动时间为 ts . 当点 P 与点 Q 重合时， P 、 Q 两点停止运动.

求 t 为何值时， $2OP - OQ = 4$?

【答案】 (1) 8 ; 4 .

(2) $\frac{4}{3}$.

(3) $t = \frac{8}{5}$ 或 8 时， $2OP - OQ = 4$.

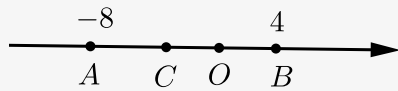
【解析】 (1) $\because O$ 为 AB 上一点， $OA = 2OB$ ，

$\therefore O$ 为 AB 三等分点，靠近 B 侧.

$\because AB = 12\text{cm}$ ，

$\therefore OA = \frac{2}{3}AB = 8\text{cm}$ ， $OB = \frac{1}{3}AB = 4\text{cm}$.

(2) 令直线 l 为数轴， O 为原点，则 A 为 -8 ， B 为 4 ，



$$AC = CO + CB,$$

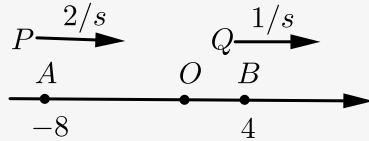
$$C - (-8) = -C + 4 - C,$$

$$C + 8 = -2C + 4, 3C = -4,$$

$$C = -\frac{4}{3},$$

$$C \text{ 点在 } -\frac{4}{3} \text{ 处, } CO = O - C = 0 - (-\frac{4}{3}) = \frac{4}{3}.$$

(3)



$$\text{动点 } P: -8 + 2t, Q: 4 + t, OQ = 4 + t,$$

$$\text{当 } P \text{ 在 } O \text{ 左时: } OP = O - P = 8 - 2t,$$

$$\text{当 } P \text{ 在 } O \text{ 右时: } OP = P - O = -8 + 2t,$$

$$\text{当 } P \text{ 在 } O \text{ 左: } 2OP - OQ = 4, 2(8 - 2t) - (4 + t) = 4, t = \frac{8}{5},$$

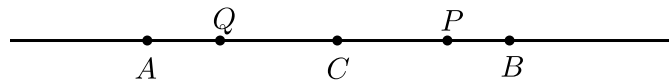
$$\text{当 } P \text{ 在 } O \text{ 右: } 2OP - OQ = 4, 2(-8 + 2t) - (4 + t) = 4, t = 8.$$

$$\text{故 } t = \frac{8}{5} \text{ 或 } 8 \text{ 时, } 2OP - OQ = 4.$$

【标注】【知识点】动点与线段-无数轴

16. 已知线段 $AB = m$ (m 为常数), 点 C 为直线 AB 上一点, 点 P 、 Q 分别在线段 BC 、 AC 上, 且满足 $CQ = 2AQ$, $CP = 2BP$.

(1) 如图,



若 $m = 3$, 且当点 C 恰好为线段 AB 中点时, 则 $PQ = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (2) 若点 C 为线段 AB 上任一点 (且不与端点重合), 则 PQ 长度是否为常数? 若是, 请求出这个常数; 若不是, 请说明理由.
- (3) 若点 C 在点 A 左侧, 同时点 P 在线段 AB 上 (不与端点重合), 请判断 $2AP + CQ - 2PQ$ 与 1 的大小关系, 并说明理由.

【答案】(1) 2

(2) 是, $\frac{2}{3}m$, 证明见解析.

(3) $2AP + CQ - 2PQ < 1$, 证明见解析.

【解析】(1) $\because CQ = 2AQ, CP = 2BP$,

$$\therefore CQ = \frac{2}{3}AC, CP = \frac{2}{3}BC,$$

$\therefore$ 点C恰在线段AB中点,

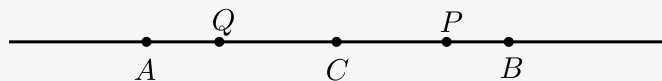
$$\therefore AC = BC = \frac{1}{2}AB,$$

$\therefore AB = 3$ (m 为常数),

$$\begin{aligned}\therefore PQ &= CQ + CP = \frac{2}{3}AC + \frac{2}{3}BC \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}AB + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}AB = \frac{2}{3}AB = 2,\end{aligned}$$

故答案为: 2.

(2) ①点C在线段AB上:



$$\because CQ = 2AQ, CP = 2BP,$$

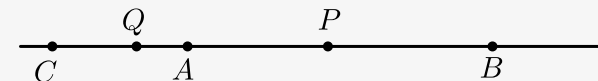
$$\therefore CQ = \frac{2}{3}AC, CP = \frac{2}{3}BC,$$

$\therefore AB = m$ (m 为常数),

$$\begin{aligned}\therefore PQ &= CQ + CP = \frac{2}{3}AC + \frac{2}{3}BC \\ &= \frac{2}{3} \times (AC + BC) = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3}m;\end{aligned}$$

故PQ是一个常数, 即是常数 $\frac{2}{3}m$.

(3) 如图:



$$\because CQ = 2AQ,$$

$$\therefore 2AP + CQ - 2PQ$$

$$= 2AP + CQ - 2(AP + AQ)$$

$$= 2AP + CQ - 2AP - 2AQ$$

$$= CQ - 2AQ$$

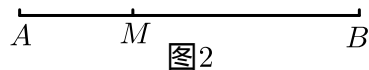
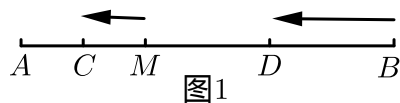
$$= 2AQ - 2AQ$$

$$= 0,$$

$$\therefore 2AP + CQ - 2PQ < 1.$$

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

17. 如图， M 是定长线段 AB 上一定点，点 C 在线段 AM 上，点 D 在线段 BM 上，点 C 、点 D 分别从点 M 、点 B 出发以 1cm/s 、 2cm/s 的速度沿直线 BA 向左运动，运动方向如箭头所示。



- (1) 若 $AB = 10\text{cm}$ ，当点 C 、 D 运动了 2s ，求 $AC + MD$ 的值。
- (2) 若点 C 、 D 运动时，总有 $MD = 2AC$ ，直接填空： $AM = \underline{\hspace{1cm}} AB$ 。
- (3) 在(2)的条件下， N 是直线 AB 上一点，且 $AN - BN = MN$ ，求 $\frac{MN}{AB}$ 的值。

【答案】 (1) 4cm 。

(2) $\frac{1}{3}$

(3) $\frac{1}{3}$ 或 1 。

【解析】 (1) 当点 C 、 D 运动了 2s 时， $CM = 2\text{cm}$ ， $BD = 4\text{cm}$ ，

$$\because AB = 10\text{cm}, CM = 2\text{cm}, BD = 4\text{cm},$$

$$\therefore AC + MD = AB - CM - BD = 10 - 2 - 4 = 4\text{cm}.$$

(2) 根据 C 、 D 的运动速度知： $BD = 2MC$ ，

$$\because MD = 2AC,$$

$$\therefore BD + MD = 2(MC + AC), \text{ 即 } MB = 2AM,$$

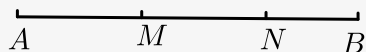
$$\because AM + BM = AB,$$

$$\therefore AM + 2AM = AB,$$

$$\therefore AM = \frac{1}{3}AB.$$

故答案为： $\frac{1}{3}$ 。

(3) 当点 N 在线段 AB 上时，如图：



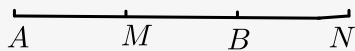
$$\because AN - BN = MN,$$

$$\text{又} \because AN - AM = MN,$$

$$\therefore BN = AM = \frac{1}{3}AB,$$

$$\therefore MN = \frac{1}{3}AB, \text{ 即 } \frac{MN}{AB} = \frac{1}{3}.$$

当点 N 在线段 AB 的延长线上时, 如图:



$$\therefore AN - BN = MN,$$

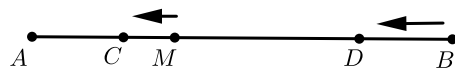
$$\text{又} \because AN - BN = AB,$$

$$\therefore MN = AB, \text{ 即 } \frac{MN}{AB} = 1.$$

$$\text{综上所述, } \frac{MN}{AB} = \frac{1}{3} \text{ 或 } 1.$$

【标注】【知识点】动点与线段-有数轴

18. 已知: 如图, 点 M 是线段 AB 上一定点, $AB = 15\text{cm}$, $AM = 5\text{cm}$, C 、 D 两点分别从 M 、 B 出发以 1cm/s 、 $x\text{cm/s}$ 的速度沿直线 BA 向左运动, 运动方向如箭头所示 (C 在线段 AM 上, D 在线段 BM 上).



- (1) 若点 C 、 D 运动了 $2s$, $DC = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$ (用含有 x 的式子表示).
- (2) 若点 C 、 D 运动时, 总有 $MD = 2AC$, 求 x 的值.
- (3) N 是直线 AB 上一点, 且 $AN - BN = MN$, 求 MN 的长.

【答案】 (1) $(12 - 2x)$

(2) 2 .

(3) 5cm 或 15cm .

【解析】 (1) $\because AB = 15\text{cm}$, $AM = 5\text{cm}$,

$$\therefore BM = AB - AM = 15 - 5 = 10(\text{cm}),$$

$$\therefore CM = 1 \times 2 = 2(\text{cm}), \quad BD = 2x\text{cm},$$

$$\therefore MD = MB - BD = (10 - 2x)\text{cm},$$

$$\therefore CD = CM + MD = 2 + 10 - 2x = (12 - 2x)\text{cm} .$$

(2) 设运动时间为 ts ,

$$\therefore AC = AM - CM = 5 - t ,$$

$$\therefore MD = MB - BD = 10 - xt ,$$

$$\because MD = 2AC ,$$

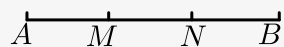
$$\therefore 10 - xt = 2(5 - t) ,$$

$$\therefore 10 - xt = 10 - 2t ,$$

$$\therefore x = 2 ,$$

$$\therefore \text{当 } MD = 2AC \text{ 时 , } x \text{ 的值为 } 2 .$$

(3) ①. 当 N 点在线段 AB 上时 , 点 N 只能靠近点 B ,



设 AN 的长为 $a\text{cm}$,

$$\therefore BN = AB - AN = (15 - a)\text{cm} ,$$

$$\therefore MN = AN - AM = (a - 5)\text{cm} ,$$

$$\because AN - BN = MN ,$$

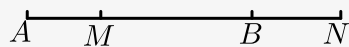
$$\therefore a - (15 - a) = a - 5 ,$$

$$\therefore 2a - 15 = a - 5 ,$$

$$\therefore a = 10 ,$$

$$\therefore AN = 10\text{cm} , MN = 5\text{cm} ,$$

②. 当 N 点在线段 AB 的延长线上时 ,



设 AN 的长为 $b\text{cm}$,

$$\therefore MN = (b - 5)\text{cm} ,$$

$$\therefore BN = (b - 15)\text{cm} ,$$

$$\because AN - BN = MN ,$$

$$\therefore b - (b - 15) = b - 5 ,$$

$$\therefore b = 20 ,$$

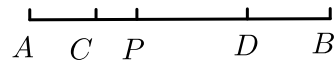
$$\therefore AN = 20\text{cm} , MN = 15\text{cm} ,$$

综上所述 , MN 的长为 5cm 或 15cm .

【标注】【知识点】线段和差-不需要分类讨论

如图，点 P 是定长线段 AB 上一定点， C 点从 P 点、 D 点从 B 点同时出发分别以每秒 a 、 b 厘米的速度沿直线 AB 向左运动，并满足下列条件：

- ①关于 m 、 n 的单项式 $2m^2n^a$ 与 $-3m^bn$ 的和仍为单项式。
- ②当 C 在线段 AP 上， D 在线段 BP 上时， C 、 D 运动到任一时时刻，总有 $PD = 2AC$ 。



- (1) 直接写出： $a = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
- (2) 判断 $\frac{AB}{AP} = \underline{\hspace{1cm}}$ ，并说明理由。
- (3) 在 C 、 D 运动过程中， M 、 N 分别是 CD 、 PB 的中点，运动 t 秒时，恰好 $3AC = 2MN$ ，求此时 $\frac{AB}{CD}$ 的值。

【答案】 (1) 1; 2

(2) 3

(3) $\frac{AB}{CD} = 2$ 。

【解析】 (1) $\because$ 关于 m 、 n 的单项式 $2m^2n^a$ 与 $-3m^bn$ 的和仍为单项式，

$\therefore$ 单项式 $2m^2n^a$ 与 $-3m^bn$ 是同类项，

$\therefore b = 2$ ， $a = 1$ ，

故答案为：1，2。

(2) 设 $\frac{AB}{AP} = k$ ，则 $AB = kAP$ ，

$\therefore PB = (k-1)AP$ ，

设运动时间为 t ，

$\therefore CP = at = t$ ； $BD = bt = 2t$ ，

$\therefore AC = AP - CP = AP - t$ ， $PD = BP - BD = (k-1)AP - 2t$ ，

$\because PD = 2AC$ ，

$\therefore 2(AP - t) = (k-1)AP - 2t$ ，

$\therefore k-1 = 2$ ， $\therefore k = 3$ ，

$\therefore \frac{AB}{AP} = 3$ 。

故答案为：3 .

(3) 设 $AP = a$, 由 (2) 知 , $PB = 2a$,

$$\therefore PN = BN = a , BC = 2a + t , BD = 2t ,$$

$$\therefore CD = (2a + t) - 2t = 2a - t ,$$

$$\therefore BM = \frac{2a + 3t}{2} , MN = \frac{3}{2}t ,$$

①当点 C 在线段 AP 上时 , $AC = a - t$,

$$\therefore 3AC = 2MN ,$$

$$\therefore 3(a - t) = 3t ,$$

$$\text{解得 : } a = 2t ,$$

$$\therefore CD = 2 \times 2t - t = 3t , AB = 3a = 6t ,$$

$$\therefore \frac{AB}{CD} = 2 .$$

②当点 C 在线段 PA 的延长线上时 , $AC = t - a$,

$$\therefore 3(t - a) = 3t ,$$

$$\text{解得 : } a = 0 , (\text{不合题意, 舍去}) ,$$

$$\text{综上所述 , } \frac{AB}{CD} = 2 .$$

【标注】【知识点】动点与线段-无数轴

20. 已知线段 $AD = 80$, 点 B , 点 C 都是线段 AD 上的点 .

(1) 如图1 , 若点 M 为 AB 的中点 , 点 N 为 BD 的中点 , 求线段 MN 的长 .

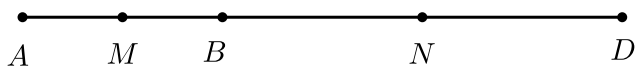


图1

(2) 如图2 , 若 $BC = 10$, 点 E 是线段 AC 的中点 , 点 F 是线段 BD 的中点 , 求 EF 的长 .

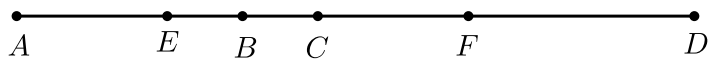
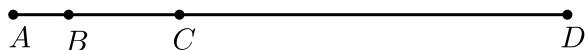


图2

(3) 如图3 , 若 $AB = 5$, $BC = 10$, 点 P , Q 分别从 B , C 出发向点 D 运动 , 运动速度分别为每秒移动1个单位和每秒移动4个单位 , 运动时间为 t 秒 , 点 E 为 AQ 的中点 , 点 F 为 PD 的中点 , 若 $PE = QF$, 求 t 的值 .



【答案】(1) 40 .

(2) 35 .

(3) $t = \frac{50}{9}$ 或 $t = 12$.

【解析】(1) $\because M$ 为 AB 的中点, N 为 BD 的中点,

$$\therefore BM = \frac{1}{2}AB, BN = \frac{1}{2}BD,$$

$$\begin{aligned}\therefore MN &= BM + BN = \frac{1}{2}(AB + BD) \\ &= \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 80 = 40.\end{aligned}$$

(2) $\because E$ 为 AC 的中点, F 为 BD 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AC, DF = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore EF = AD - AE - DF$$

$$= AD - \frac{1}{2}(AC + BD)$$

$$= AD - \frac{1}{2}(AD + BC)$$

$$= \frac{1}{2}AD - \frac{1}{2}BC$$

$$= 35.$$

(3) 运动 ts 后, $AQ = AC + CQ = 15 + 4t$,

$\because E$ 为 AQ 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AQ = \frac{15}{2} + 2t,$$

$$\therefore PE = AE - AB - BP = \frac{15}{2} + 2t - 5 - t = \frac{5}{2} + t,$$

$$\therefore DP = DB - BP = 75 - t,$$

F 为 DP 中点,

$$\therefore DF = \frac{1}{2}DP = \frac{75}{2} - \frac{t}{2},$$

$$\text{又} \because DQ = DC - CQ = 65 - 4t,$$

$$\therefore QF = DQ - DF = 65 - 4t - \frac{75}{2} + \frac{t}{2} = \frac{55}{2} - \frac{7}{2}t,$$

$$\text{或} QF = DF - DQ = \frac{7}{2}t - \frac{55}{2},$$

$$\therefore PE = QF,$$

$$\therefore \frac{5}{2} + t = \frac{55}{2} - \frac{7}{2}t \text{ 或 } \frac{5}{2} + t = \frac{7}{2}t - \frac{55}{2},$$

$$\therefore t = \frac{50}{9} \text{ 或 } t = 12.$$

【标注】【知识点】动点与线段-无数轴

21. 【新知理解】

如图①，点 C 在线段 AB 上，图中共有三条线段 AB 、 AC 和 BC ，若其中有一条线段的长度是另外一条线段长度的2倍，则称点 C 是线段 AB 的“巧点”。

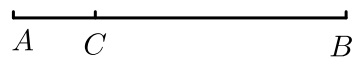


图 ①

(1) 线段的中点 _____ 这条线段的“巧点”。(填“是”或“不是”)。

(2) 若 $AB = 12\text{cm}$ ，点 C 是线段 AB 的巧点，则 $AC =$ _____ cm 。

(3) 【解决问题】

如图②，已知 $AB = 12\text{cm}$ 。动点 P 从点 A 出发，以 2cm/s 的速度沿 AB 向点 B 匀速移动；点 Q 从点 B 出发，以 1cm/s 的速度沿 BA 向点 A 匀速移动，点 P 、 Q 同时出发，当其中一点到达终点时，运动停止，设移动的时间为 $t\text{s}$ ，当 t 为何值时， A 、 P 、 Q 三点中其中一点恰好是另外两点为端点的线段的巧点？

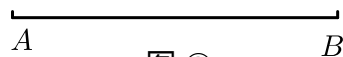


图 ②

【答案】(1) 是

(2) 4或6或8

(3) ①由题意可知 A 不可能是 P 、 Q 两点的巧点，

②当 P 为 A 、 Q 的巧点时， $t = \frac{12}{7}$ ， $t = \frac{12}{5}$ ， $t = 3$ 。

③当 Q 为 A 、 P 的巧点时， $t = \frac{36}{5}$ (舍)， $t = 6$ ， $t = \frac{36}{7}$

【解析】(1) $\because$ 当 C 是中点时， $2AC = AB$ ，满足“巧点”的概念。

(2) 当 $AC = 2BC$ 时， $AC = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3} \times 12 = 8\text{cm}$ ，

当 $BC = 2AC$ 时， $AC = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3} \times 12 = 4\text{cm}$ ，

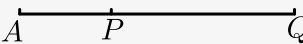
当 $AB = 2AC = 2AB$ 时， $AC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 12 = 6\text{cm}$ ，

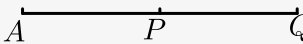
$\therefore$ 当点 C 是线段 AB 的“2倍点”时， AC 的长为4cm或6cm或8cm。

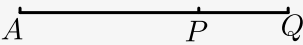
(3) t 秒后， $AP = 2t$ ， $AQ = 12 - t (0 \leq t \leq 6)$ ，

①由题意可知A不可能是P、Q两点的巧点，

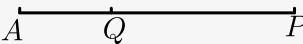
②当P为A、Q的巧点时，

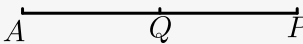
I .  $AP = \frac{1}{3}AQ$, 即 $2t = \frac{1}{3}(12-t)$, 解得: $t = \frac{12}{7}$,

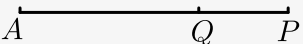
II .  $AP = \frac{1}{2}AQ$, 即 $2t = \frac{1}{2}(12-t)$, 解得: $t = \frac{12}{5}$,

III .  $AP = \frac{2}{3}AQ$, 即 $2t = \frac{2}{3}(12-t)$, 解得: $t = 3$.

③当Q为A、P的巧点时，

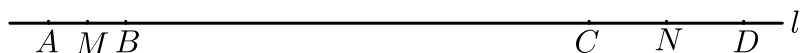
I .  $AQ = \frac{1}{3}AP$, 即 $12-t = 2t \times \frac{1}{3}$, 解得: $t = \frac{36}{5}$ (舍) ,

II .  $AQ = \frac{1}{2}AP$, 即 $(12-t) = 2t \times \frac{1}{2}$, 解得: $t = 6$,

III .  $AQ = \frac{2}{3}AP$, 即 $(12-t) = 2t \times \frac{2}{3}$, 解得: $t = \frac{36}{7}$.

【标注】【知识点】与距离有关的新定义

22. 如图，已知线段AB，线段CD在直线l上，M、N分别为AB、CD中点， $AB = 4$ ， $CD = 8$ ， $BC = 24$.
线段AB以每秒4个单位速度向右运动t秒 .



- (1) 当 $t = 5$ 秒时，求线段MN的长 .
(2) 若线段CD同时以每秒1个单位长度向右运动，当 $MN = 4$ 时，求运动时间t的值 .
(3) 若线段CD固定不动，在线段AB向右运动的某一个时间段，始终有 $MN + AD$ 为定值 . 求出这个定值，并直接写出t的取值范围 .

【答案】 (1) 10 .

(2) $t = \frac{34}{3}$ 或 $\frac{26}{3}$.

(3) 当 $\frac{15}{2} \leq t \leq 9$ 时， $MN + AD$ 定值为6 .

【解析】 (1) $\because M$ 为AB中点， N 为CD中点，

$$\begin{aligned} \therefore MN &= MB + BC + CN \\ &= \frac{1}{2}AB + BC + \frac{1}{2}CD \\ &= 2 + (24 - 5 \times 4) + 4 \end{aligned}$$

$$= 10 .$$

$$(2) \because MN = |2 + 24 + 4 + t - 4t| = 4 ,$$

$$\therefore |30 - 3t| = 4 ,$$

$$\therefore t = \frac{34}{3} \text{ 或 } t = \frac{26}{3} .$$

$$(3) \because MN = |2 + 24 + 4 - 4t| = |30 - 4t| ,$$

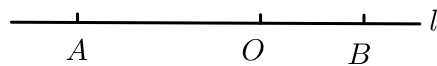
$$AD = |4 + 8 + 24 - 4t| = |36 - 4t| ,$$

$$\therefore MN + AD = |30 - 4t| + |36 - 4t| ,$$

$$\therefore \text{当 } \frac{15}{2} \leq t \leq 9 \text{ 时, } MN + AD \text{ 定值为 } 6 .$$

【标注】【知识点】动点与线段-有数轴

23. 如图，直线 l 上有 A, B 两点， $AB = 12\text{cm}$ ，点 O 是线段 AB 上的一点， $OA = 2OB$.



$$(1) OA = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm} , OB = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm} .$$

(2) 若点 C 是线段 AB 上一点（点 C 不与点 A, B 重合），且满足 $AC = CO + CB$ ，求 CO 的长 .

(3) 若动点 P, Q 分别从 A, B 同时出发，向右运动，点 P 的速度为 2cm/s ，点 Q 的速度为 1cm/s . 设运动时间为 ts ，当点 P 与点 Q 重合时， P, Q 两点停止运动 . 求当 t 为何值时， $2OP - OQ = 4\text{cm}$.

【答案】(1) 8 ; 4

$$(2) \frac{4}{3} \text{ cm} .$$

$$(3) \text{ 当 } t \text{ 的值为 } 1.6 \text{ 或 } 8 \text{ 时, } 2OP - OQ = 4 .$$

【解析】(1) $\because AB = 12\text{cm} , OA = 2OB ,$

$$\therefore OA + OB = 3OB = AB = 12\text{cm} , \text{ 解得 } OB = 4\text{cm} , OA = 2OB = 8\text{cm} .$$

故答案为：8 , 4 .

(2) 设 C 点所表示的实数为 x ,

分两种情况：①点 C 在线段 OA 上时，则 $x < 0$,

$$\because AC = CO + CB,$$

$$\therefore 8 + x = -x + 4 - x,$$

$$\text{即 } 3x = -4,$$

$$\therefore x = -\frac{4}{3}.$$

②点C在线段OB上时, 则 $x > 0$,

$$\because AC = CO + CB,$$

$$\therefore 8 + x = 4,$$

$$\therefore x = -4 \text{ (不符合题意, 舍)}.$$

故CO的长是 $\frac{4}{3}\text{cm}$.

(3) 当 $0 \leq t < 4$ 时, 依题意有 $2(8 - 2t) - (4 + t) = 4$,

解得 $t = 1.6$;

当 $4 \leq t < 6$ 时, 依题意有 $2(2t - 8) - (4 + t) = 4$,

解得 $t = 8$ (不合题意, 舍去);

当 $t \geq 6$ 时, 依题意有 $2(2t - 8) - (4 + t) = 4$, 解得 $t = 8$.

故当t的值为1.6或8时, $2OP - OQ = 4$.

【标注】【知识点】动点与线段-无数轴

24. 如图, B是线段AD上一动点, 沿 $A \rightarrow D \rightarrow A$ 以 2cm/s 的速度往返运动1次, C是线段BD的中点, $AD = 10\text{cm}$, 设点B运动时间为t秒 ($0 \leq t \leq 10$).



(1) 当 $t = 2$ 时, ① $AB = \underline{\quad\quad} \text{cm}$; ②线段CD的长度是 $\underline{\quad\quad} \text{cm}$.

(2) 用含t的代数式表示运动过程中AB的长.

(3) 在运动过程中, 若AB中点为E, 则EC的长是否变化? 若不变, 求出EC的长; 若发生变化, 请说明理由.

【答案】 (1) 4; 3

(2) $2t$ 或 $20 - 2t$.

(3) 不变, 5cm .

【解析】(1) $AB = 2 \times 2 = 4$

$$CD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}(AD - AB) = 3$$

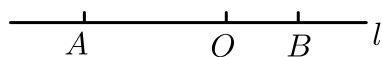
(2) $0 \leq t \leq 5$, $AB = 2t$,

$$5 < t \leq 10, AB = AD - BD = 10 - (2t - 10) = 20 - 2t .$$

(3) $EC = BE + BC = \frac{1}{2}(AB + BD) = \frac{1}{2}AD = 5\text{cm} .$

【标注】【知识点】动点与线段-无数轴

25. 如图, 直线 l 上有 A 、 B 两点, $AB = 12\text{cm}$, 点 O 是线段 AB 上的一点, $OA = 2OB$.



(1) $OA = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$, $OB = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$.

(2) 若点 C 是线段 AB 上一点, 且满足 $AC = CO + CB$, 求 CO 的长 .

(3) 若动点 P , Q 分别从 A , B 同时出发, 向右运动, 点 P 的速度为 2cm/s , 点 Q 的速度为 1cm/s . 设运动时间为 ts , 当点 P 与点 Q 重合时, P , Q 两点停止运动 .

① 当 t 为何值时, $2OP - OQ = 4$.

② 当点 P 经过点 O 时, 动点 M 从点 O 出发, 以 3cm/s 的速度也向右运动. 当点 M 追上点 Q 后立即返回, 以 3cm/s 的速度向点 P 运动, 遇到点 P 后再立即返回, 以 3cm/s 的速度向点 Q 运动, 如此往返, 直到点 P , Q 停止时, 点 M 也停止运动. 在此过程中, 点 M 行驶的总路程是多少厘米?

【答案】(1) 8; 4

(2) $\frac{4}{3}\text{cm}$.

(3) ① 1.6或8 .

② 24cm .

【解析】(1) $\because AB = 12\text{cm}$, $OA = 2OB$,

$$\therefore OA + OB = 3OB = AB = 12\text{cm}, \therefore OB = 4\text{cm},$$

$$OA = 2OB = 8\text{cm} .$$

故答案为：8，4．

(2) 设CO的长是 $x\text{cm}$ ，依题意有

$$8 - x = x + 4 + x ,$$

$$\text{解得 } x = \frac{4}{3} .$$

故CO的长是 $\frac{4}{3}\text{cm}$ ．

(3) ① 当点P与点Q重合时， $2t - t = 12$ ， $t = 12$ ， $\therefore 0 \leq t \leq 12$ ．

当 $0 \leq t < 4$ 时，依题意有

$$2(8 - 2t) - (4 + t) = 4 ,$$

$$\text{解得 } t = 1.6 .$$

当 $4 \leq t \leq 12$ 时，依题意有

$$2(2t - 8) - (4 + t) = 4 , \text{ 解得 } t = 8 ,$$

故当 t 为1.6或8时， $2OP - OQ = 4$ ．

$$\textcircled{2} [4 + (8 \div 2) \times 1] \div (2 - 1)$$

$$= (4 + 4) \div 1$$

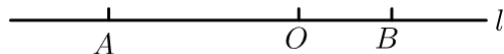
$$= 8(\text{s}) ,$$

$$3 \times 8 = 24(\text{cm}) .$$

答：点M行驶的总路程是24cm．

【标注】【知识点】动点与线段-无数轴

26. 如图，直线 l 上有A、B两点， $AB = 24\text{cm}$ ，点O是线段AB上的一点， $OA = 2OB$ ．



$$(1) OA = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm} , OB = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm} .$$

(2) 若点C是线段AO上一点，且满足 $AC = CO + CB$ ，求CO的长．

(3) 若动点P、Q分别从A、B同时出发，向右运动，点P的速度为 2cm/s ，点Q的速度为 1cm/s ，设运动时间为 ts ，当点P与点Q重合时，P、Q两点停止运动．当 t 为何值时， $2OP - OQ = 8$ ．

(4) 若动点P、Q分别从A、B同时出发，向右运动，点P的速度为 2cm/s ，点Q的速度为 1cm/s ，设运动时间为 ts ，当点P与点Q重合时，P、Q两点停止运动．当点P经过点O时，动点M从点O出发，以 3cm/s 的速度也向右运动．当点M追上点Q后立即返回，以同样的速度向点P运动，遇到点P后立即返回，又以同样的速度向点Q运动，如此往返，直到点P、Q停止时，点M也停止运动．在此过程中，点M行驶的总路程为多少？

【答案】 (1) 16 ; 8

(2) $\frac{8}{3}$ cm .

(3) $t = \frac{16}{5}$ 或 16 .

(4) 48cm .

【解析】 (1) $\because AB = 24\text{cm}$, $OA = 2OB$,

$$\therefore 2OB + OB = 24\text{cm} ,$$

$$\therefore OB = 8\text{cm} , OA = 16\text{cm} ,$$

故答案为 : 16 , 8 .

(2) 设 $CO = x\text{cm}$, 则 $AC = (16 - x)\text{cm}$, $BC = (8 + x)\text{cm}$,

$$\because AC = CO + CB ,$$

$$\therefore 16 - x = x + 8 + x ,$$

$$\therefore x = \frac{8}{3} , \therefore CO = \frac{8}{3}\text{cm} .$$

(3) 当点 P 在点 O 左边时 , $2(16 - 2t) - (8 + t) = 8$, $t = \frac{16}{5}$,

当点 P 在点 O 右边时 , $2(2t - 16) - (8 + t) = 8$, $t = 16$,

$\therefore t = \frac{16}{5}$ 或 16 时 , $2OP - OQ = 8$.

(4) 设点 M 运动的时间为 ts , 由题意得 : $t(2 - 1) = 16$, $t = 16$,

$\therefore$ 点 M 运动的路程为 $16 \times 3 = 48(\text{cm})$.

【标注】【知识点】动点与线段-有数轴